



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Fraktale, PG_00021049						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2022 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2022/2023		
Poziom kształcenia	II stopnia	Grupa zajęć			Grupa zajęć fakultatywnych Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	1	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	1	Liczba punktów ECTS			5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Katedra Rachunku Prawdopodobieństwa i Biomatematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	prof. dr hab. Joanna Janczewska					
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu	prof. dr hab. Joanna Janczewska					
Formy zajęć i metody nauczania	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	15.0	0.0	15.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		60.0	125
Cel przedmiotu	Celem wykładu jest przybliżenie słuchaczom podstawowych pojęć związanych z fraktalami.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K7_U11] potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zaawansowanych zastosowaniach matematyki, potrafi stosować procesy stochastyczne jako narzędzie do modelowania zjawisk i analizy ich ewolucji	Na gruncie teorii fraktalnej dostrzega pojęcia z układów dynamicznych.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu
	[K7_W05] ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki: 1) zna większość klasycznych definicji i twierdzeń oraz ich dowody	Student potrafi zdefiniować przestrzeń Hausdorffa	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K7_K02] potrafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania, rozumie potrzebę popularnego przedstawiania laikom wybranych osiągnięć matematyki wyższej	Student potrafi na prostych przykładach z życia (kalfior, brokuł, płatek śniegu) wyjaśnić, co to są fraktale.	[SK4] Ocena umiejętności komunikacji, w tym poprawności językowej
	[K7_U09] umie, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki: analizy matematycznej i analizy funkcjonalnej, teorii równań różniczkowych i układów dynamicznych, algebry i teorii liczb, geometrii i topologii, rachunku prawdopodobieństwa i statystyki, matematyki dyskretnej i teorii grafów, logiki i teorii mnogości	Student potrafi wykorzystać umiejętności zdobyte na zajęciach z analizy, topologii i równań różniczkowych zwyczajnych.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu
[K7_U02] posiada umiejętność sprawdzania poprawności wnioskowań w budowaniu dowodów formalnych, w zagadnieniach matematycznych dostrzega struktury formalne związane z podstawowymi działami matematyki i rozumie znaczenie ich własności	Student zna podstawowe pojęcia i fakty z dyskretnych i ciągłych układów dynamicznych.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi	
Treści przedmiotu	Twierdzenie Banacha o odwzorowaniach zwężających. Przykłady klasycznych fraktali. Jak zdefiniować fraktal? Do czego służą fraktale i dlaczego tak dużo ludzi na świecie zajmuje się tym tematem? Przestrzeń fraktali z metryką Hausdorffa. Układy iterowanych odwzorowań (IFS). Wymiary: fraktalny, Hausdorffa i topologiczny. Definicja fraktali wg Mandelbrota. Zbiory Julii. Zbiór Mandelbrota. Układy dynamiczne z czasem dyskretnym. Układy dynamiczne z czasem ciągłym. Definicja i własności odwzorowania Poincarego. Atrakторы i repelery. Kaskada Feigenbauma. Podkowa Smale'a - geometryczny opis odwzorowania. Własności zbioru niezmienniczego podkowy Smale'a.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Analiza matematyczna. Topologia. Równania różniczkowe zwyczajne.		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	Kolokwium	50.0%	50.0%
	Projekt (w grupach maksimum po 5. osób)	100.0%	50.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	1. Jacek Kudrewicz, Fraktale i Chaos, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2007.  2. Lawrence Perko, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer, New York, 2001.	

	Uzupełniająca lista lektur	<p>1. J.D. Murray, Wprowadzenie do Biomatematyki, PWN, Warszawa, 2006.</p> <p>2. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, Granice Chaosu. Fraktale, część 1, PWN, Warszawa, 2002.</p> <p>3. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, Granice Chaosu. Fraktale, część 2, PWN, Warszawa, 2002.</p>
	Adresy eZasobów	Adresy na platformie eNauczanie:
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	<p>1. Czy dany podzbiór <math>Z</math> w <math>R^n</math> jest zwarty (spójny, nigdzie gęsty)? Odpowiedź uzasadnić.</p> <p>2. Obliczyć odległość Hausdorffa między dwoma danymi zbiorami <math>A</math> i <math>B</math> w <math>R^2</math>.</p> <p>3. Obliczyć wymiary: fraktalny, Hausdorffa i topologiczny np.: zbioru Cantora, krzywej Kocha, trójkąta i dywanu Sierpińskiego.</p> <p>4. Dane są odwzorowania <math>w_1, w_2, \dots, w_k: R^n \rightarrow R^n</math>. Pokazać, że układ <math>\{R^n; w_1, w_2, \dots, w_k\}</math> jest układem iterowanych odwzorowań zwężających. Wyznaczyć współczynnik zwężania tego układu.</p> <p>5. Rozwiązać równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu <math>x' = Ax</math> w <math>R^2</math>, gdzie <math>A</math> jest daną macierzą kwadratową <math>2 \times 2</math>.</p> <p>6. Podać geometryczny opis podkowy Smale'a.</p> <p>7. Co to jest atraktor? Podać krótki opis atraktorów: Hénona, Rösslera i Lorenza.</p>	
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	