



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Wstęp do logiki i teorii mnogości, PG_00021021						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2023 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2023/2024		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie	Grupa zajęć			Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	1	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	1	Liczba punktów ECTS			5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Katedra Rachunku Prawdopodobieństwa i Biomatematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr Joanna Cyman					
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu	dr Joanna Cyman dr Maryna Shcholakova					
Formy zajęć i metody nauczania	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		60.0	125
Cel przedmiotu	Wprowadzenie podstawowych pojęć podstaw matematyki niezbędnych w studiowaniu dalszych przedmiotów matematycznych.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K6_U02] umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne, umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych	Student potrafi zastosować zasadę indukcji matematycznej oraz mocną zasadę indukcji matematycznej w zadaniach. Poprawnie definiuje zależności rekurencyjne i udowadnia ich poprawność.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_W02] dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Student zna podstawowe rodzaje dowodów matematycznych i umiejętnie je stosuje. Potrafi przedstawić klasyczne dowody nie wprost np. dowód niewymierności danej liczby lub dowód Euklidesa na istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.	[SW2] Ocena wiedzy zawartej w prezentacji [SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym
	[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student potrafi poprawnie formułować twierdzenia i definicje. Potrafi udowadniać równoważność formuł zdaniowych. Zna i umiejętnie stosuje prawa rachunku kwantyfikatorów.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezyjskich, posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki, rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach	Student zna pojęcie mocy zbioru i równoliczności zbiorów. Zna różne rodzaje nieskończoności. Potrafi udowodnić, że dany zbiór jest przeliczalny bądź wykazać, że jest on nieprzeliczalny. Zna również relacje częściowego i liniowego porządku w zbiorach i umiejętnie wykazuje, czy dany zbiór jest zbiorem uporządkowanym.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
[K6_W06] zna wybrane pojęcia i metody logiki matematycznej, teorii mnogości i matematyki dyskretnej zawarte w podstawach innych dyscyplin matematyki	Student zna i potrafi zastosować wybrane prawa rachunku zdań oraz teorii mnogości.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej [SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym	
Treści przedmiotu	<p>Rachunek zdań. Funktory zdaniotwórcze. Prawa (tautologie) rachunku zdań. Kwadrat logiczny. Reguły wnioskowania. Metody dowodzenia twierdzeń. Analiza rozumowań.</p> <p>Zbiory. Zasada ekstensjonalności. Podzbiory. Działania na zbiorach. Iloczyn kartezyjski zbiorów. Rachunek kwantyfikatorów. Uogólniona suma i uogólniony iloczyn rodziny zbiorów. Ciało zbiorów. Aksjomatyka teorii mnogości.</p> <p>Indukcja matematyczna i rekurencja. Liczby naturalne. Zasada minimum. Różne wersje twierdzenia o indukcji matematycznej. Przykłady rekurencji.</p> <p>Funkcje. Definicja funkcji i rodzaje funkcji. Własności funkcji. Operacje na funkcjach. Odwracalność funkcji. Obrazy i przeciwobrazy.</p> <p>Relacje. Pojęcie relacji. Działania na relacjach. Elementarne własności i typy relacji. Relacja równoważności. Zbiory częściowo uporządkowane. Zbiory dobrze uporządkowane. Relacja liniowo porządkująca.</p> <p>Moce zbiorów. Równoliczność zbiorów. Moce zbiorów i porównywanie mocy zbiorów. Twierdzenie Cantora-Bernsteina-Schrödera Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Zbiory mocy continuum. Hipoteza continuum.</p>		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Wiadomości z zakresu matematyki na poziomie szkoły średniej.		
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	Kolokwia w czasie semestru	50.0%	54.0%
	Egzamin pisemny	50.0%	40.0%
	Aktywność	30.0%	6.0%

Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	<ul style="list-style-type: none"> <li>H. Rasiowa "Wstęp do matematyki współczesnej"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.</li> <li>J. Topp "Wstęp do matematyki", Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej; Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk 2009.</li> <li>K. Kuratowski "Wstęp do teorii mnogości i topologii"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2004.</li> </ul>
	Uzupełniająca lista lektur	<ul style="list-style-type: none"> <li>K. Ross, Ch. Wright "Matematyka dyskretna"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006.</li> <li>J. Kraszewski "Wstęp do matematyki"; WNT, Warszawa, 2009.</li> <li>W. Guzicki, P. Zakrzewski "Wykłady ze wstępu do matematyki"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.</li> <li>W. Guzicki, P. Zakrzewski "Wstęp do matematyki. Zbiór zadań"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2005.</li> <li>W. Marek, J. Onyszkiewicz "Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2006.</li> </ul>
	Adresy eZasobów	<p>Adresy na platformie eNauczanie:</p> <p>Wstęp do logiki i teorii mnogości 2023/2024 - Moodle ID: 29124  <a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=29124">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=29124</a></p>
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	<p>1. Zdanie <math>(p \vee q) \rightarrow \sim r</math> zapisać przy pomocy a) kreski Sheffera; b) binegacji. Wypisać zastosowane prawa rachunku zdań.</p> <p>2. Formułę zdaniową <math>(p \wedge q) \rightarrow \sim r) \rightarrow ((p \rightarrow \sim r) \rightarrow p)</math> zapisać w postaci kanonicznej alternatywno-koniunkcyjnej.</p> <p>3. Wyznaczyć zbiór potęgowy zbioru <math>A = \{\emptyset, 3, \{\emptyset, 3\}, \{\emptyset, \emptyset\}\}</math>.</p> <p>4. Indukcyjnie udowodnić nierówność <math>\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \quad \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{n+n} &gt; \frac{13}{24}</math>.</p> <p>5. Indukcyjnie wykazać, że dla liczby naturalnej <math>n \geq 72</math> istnieją liczby naturalne <math>x</math> i <math>y</math> takie, że <math>n = 13x + 7y</math>.</p> <p>6. Definiujemy rekurencyjnie ciąg <math>(a_n)</math> wzorami: <math>a_0 = a_1 = a_2 = 1</math> oraz <math>a_n = a_{n-1} + a_{n-3}</math> dla <math>n \geq 3</math>. Pokazać, że <math>a_n \geq 2a_{n-2}</math> dla wszystkich <math>n \geq 3</math> oraz udowodnić, że <math>a_n \geq (\sqrt{2})^{n-2}</math> dla wszystkich <math>n \geq 2</math>.</p> <p>7. Dana jest funkcja <math>f : A \times A \rightarrow A</math>, gdzie <math>f(x, y) = 5x + 7y</math> dla <math>x, y \in A</math>. Zbadać, czy <math>f</math> jest injekcją i czy jest ona surjekcją, a następnie znaleźć <math>f(\{1, 2, 3\} \times \{3, 7\})</math> oraz <math>f^{-1}(\{0, 7\})</math>, gdy: (a) <math>A = \mathbb{N}</math>; (b) <math>A = \mathbb{Z}</math>.</p> <p>8. Zakładamy, że dla liczb <math>a, b \in \mathbb{Z}</math> mamy <math>a R b</math> wtedy i tylko wtedy, gdy <math>7 \mid (3a + 4b)</math>. Wykazać, że <math>R</math> jest relacją równoważności w zbiorze <math>\mathbb{Z}</math>. Wyznaczyć klasy abstrakcji liczb 0 i 1.</p> <p>9. Udowodnić, że zbiór <math>\mathbb{N} - \{0, 2, 7\}</math> jest równoliczny ze zbiorem <math>\mathbb{N}</math>.</p> <p>10. Udowodnić, że odcinek otwarty <math>(-1; 1)</math> jest równoliczny z odcinkiem <math>(-1; 1)</math>.</p>	
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	