



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Fraktale, PG_00021049						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2023 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2023/2024		
Poziom kształcenia	II stopnia		Grupa zajęć		Grupa zajęć fakultatywnych Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	1		Liczba punktów ECTS		4.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		zaliczenie		
Jednostka prowadząca	Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Układów Dynamicznych						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		prof. dr hab. Joanna Janczewska				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu		prof. dr hab. Joanna Janczewska				
Formy zajęć i metody nauczania	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	15.0	0.0	15.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		60.0	125
Cel przedmiotu	Celem wykładu jest przybliżenie słuchaczom podstawowych pojęć związanych z fraktalami.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K7_W05] ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki: zna większość klasycznych definicji i twierdzeń oraz ich dowody, jest w stanie rozumieć sformułowania zagadnień pozostających na etapie badań, zna powiązania zagadnień wybranej dziedziny z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej	Student zna podstawowe pojęcia i fakty z dyskretnych i ciągłych układów dynamicznych. Student potrafi zdefiniować przestrzeń Hausdorffa. Na prostych przykładach, np. ze świata przyrody, student potrafi wyjaśnić, co to są fraktale. Umie liczyć wymiar fraktalny, Hausdorffa i topologiczny.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K7_U09] umie, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki: analizy matematycznej i analizy funkcjonalnej, teorii równań różniczkowych i układów dynamicznych, algebry i teorii liczb, geometrii i topologii, rachunku prawdopodobieństwa i statystyki, matematyki dyskretnej i teorii grafów, logiki i teorii mnogości	Student potrafi wykorzystać umiejętności zdobyte na zajęciach z analizy, topologii i równań różniczkowych zwyczajnych.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu
[K7_U11] potrafi konstruować modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zastosowaniach matematyki, potrafi stosować procesy stochastyczne jako narzędzie do modelowania zjawisk i analizy ich ewolucji	Na gruncie teorii fraktalnej dostrzega pojęcia z układów dynamicznych.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu	
Treści przedmiotu	Twierdzenie Banacha o odwzorowaniach zwięzających. Przykłady klasycznych fraktali. Jak zdefiniować fraktal? Do czego służą fraktale i dlaczego tak dużo ludzi na świecie zajmuje się tym tematem? Przestrzeń fraktali z metryką Hausdorffa. Układy iterowanych odwzorowań (IFS). Wymiary: fraktalny, Hausdorffa i topologiczny. Definicja fraktali wg Mandelbrota. Zbiory Julii. Zbiór Mandelbrota. Układy dynamiczne z czasem dyskretnym. Układy dynamiczne z czasem ciągłym. Definicja i własności odwzorowania Poincarego. Atraktory i repelery. Kaskada Feigenbauma. Podkowa Smale'a - geometryczny opis odwzorowania. Własności zbioru niezmienniczego podkowy Smale'a.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Analiza matematyczna. Topologia. Równania różniczkowe zwyczajne.		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	Projekt	100.0%	50.0%
	Kolokwium	50.0%	50.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	1. Jacek Kudrewicz, Fraktale i Chaos, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 2007. 2. Lawrence Perko, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer, New York, 2001.	
	Uzupełniająca lista lektur	1. J.D. Murray, Wprowadzenie do Biomatematyki, PWN, Warszawa, 2006. 2. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, Granice Chaosu. Fraktale, część 1, PWN, Warszawa, 2002. 3. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, Granice Chaosu. Fraktale, część 2, PWN, Warszawa, 2002.	
	Adresy eZasobów	Adresy na platformie eNauczanie: Fraktale rok akad. 2023/2024 - Moodle ID: 34585 https://enauzanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=34585	

Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	<p>1. Czy dany podzbiór Z w \mathbb{R}^n jest zwarty (spójny, nigdzie gęsty)? Odpowiedź uzasadnić.</p> <p>2. Obliczyć odległość Hausdorffa między dwoma danymi zbiorami A i B w \mathbb{R}^2.</p> <p>3. Obliczyć wymiary: fraktalny, Hausdorffa i topologiczny np.: zbioru Cantora, krzywej Kocha, trójkąta i dywanu Sierpińskiego.</p> <p>4. Dane są odwzorowania $w_1, w_2, \dots, w_k: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$. Pokazać, że układ $\{\mathbb{R}^n; w_1, w_2, \dots, w_k\}$ jest układem iterowanych odwzorowań zwężających. Wyznaczyć współczynnik zwężania tego układu.</p> <p>5. Rozwiązać równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu $x' = Ax$ w \mathbb{R}^2, gdzie A jest daną macierzą kwadratową 2×2.</p> <p>6. Podać geometryczny opis podkowy Smale'a.</p> <p>7. Co to jest atraktor? Podać krótki opis atraktorów: Hénona, Rösslera i Lorenza.</p>
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy