



Karta przedmiotuuuu

Nazwa i kod przedmiotu	Wstęp do teorii miary, PG_00021502						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2024 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2025/2026		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie		Grupa zajęć		Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	2		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	3		Liczba punktów ECTS		4.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		zaliczenie		
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Równań Różniczkowych i Zastosowań Matematyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr hab. Piotr Bartłomiejczyk				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu		mgr inż. Tomasz Gzella dr hab. Piotr Bartłomiejczyk				
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	15.0	30.0	0.0	0.0	0.0	45
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
	Adresy kursu na platformie eNauczanie: Moodle ID: 1918 Wstęp do teorii miary wykład 2025/2026 https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=1918 Moodle ID: 1918 Wstęp do teorii miary wykład 2025/2026 https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=1918						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	45		5.0		50.0	100
Cel przedmiotu	Wyposażenie studenta w specjalistyczny aparat matematyczny wspomagający przedmioty techniczne.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student potrafi sformułować i udowodnić podstawowe własności miary Jordana, Lebesgue'a i miary abstrakcyjnej.	[SU2] Assessment of ability to analyse information
	[K6_U04] umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych, potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych, i opisywać ich własności, posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	Student potrafi przy pomocy przejść granicznych policzyć miarę Lebesgue'a niektórych zbiorów, np. wielokątów na płaszczyźnie.	[SU4] Assessment of ability to use methods and tools
	[K6_W02] dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Student potrafi wykazać, że wszystkie założenia w Lemacie Fatou, Twierdzeniu o zbieżności monotonicznej i Twierdzeniu o zbieżności ograniczonej są istotne.	[SW1] Assessment of factual knowledge
	[K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich, posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki, rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach	Student zna różnice między algebrą a sigma-algebrą i rozumie konsekwencje tych różnic przy konstruowaniu miary Jordana i miary Lebesgue'a.	[SU4] Assessment of ability to use methods and tools [SU3] Assessment of ability to use knowledge gained from the subject
	[K6_U06] posługuje się definicją całki funkcji jednej i wielu zmiennych rzeczywistych; potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tego pojęcia, umie całkować funkcje jednej i wielu zmiennych przez części i przez podstawienie; umie zamieniać kolejność całkowania; potrafi wyrażać pola powierzchni gładkich i objętości jako odpowiednie całki	Student potrafi podać przykład funkcji, która jest całkowalna w sensie Lebesgue'a, ale nie jest całkowalna w sensie Riemanna.	[SU4] Assessment of ability to use methods and tools [SU3] Assessment of ability to use knowledge gained from the subject
Treści przedmiotu	1. Teoria całki 1.1. Rozszerzony zbiór liczb rzeczywistych 1.2. Zbiory i funkcje mierzalne 1.3. Limes inferior 1.4. Funkcje proste 1.5. Miary 1.6. Przykłady przestrzeni z miarą 1.7. Działania w zbiorze $[0, \infty]$ 1.8. Całkowanie funkcji dodatnich 1.9. Całkowanie funkcji zespolonych 1.10. Zbiory miary zero 2. Dodatnie miary borelowskie 2.2. Twierdzenie Riesz o reprezentacji 2.3. Regularność miar borelowskich 2.4. Miara Lebesgue'a 2.5. Ciągłość a mierzalność 3. Miary zespolone 3.1. Wariacja miary 3.2. Wariacja dodatnia i ujemna 3.3. Ciągłość absolutna 3.4. Twierdzenie Radona-Nikodyma		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Teoria mnogości, analiza matematyczna.		
Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	Kolokwium nr 2	51.0%	50.0%
	Kolokwium nr 1	51.0%	50.0%

Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	1) Walter Rudin, Analiza rzeczywista i zespolona, PWN, 1986. 2) Witold Kołodziej, Analiza matematyczna, PWN, 2009.
	Uzupełniająca lista lektur	1) P. Billingsley, Prawdopodobieństwo i miara, Wyd. PWN 1979. 2) K. Maurin, Analiza. Wyd. PWN 1973.
	Adresy eZasobów	
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	Podać definicję miary oraz obliczyć miary wybranych zbiorów. Omówić konstrukcję całki względem miary. Sformułować oraz udowodnić twierdzenie o zbieżności monotonicznej.	
Zajęcia praktyczne w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.