



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Równania różniczkowe I, PG_00021499						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2024 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2025/2026		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie	Grupa zajęć			Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	2	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	3	Liczba punktów ECTS			5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Katedra Analizy Nieliniowej i Statystyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr inż. Robert Krawczyk					
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć i metody nauczania	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Adresy na platformie eNauczanie:							
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów	Udział w konsultacjach	Praca własna studenta	RAZEM		
	Liczba godzin pracy studenta	60	5.0	60.0	125		
Cel przedmiotu	Nabywanie umiejętności: <ol style="list-style-type: none">rozwiązywania podstawowych typów równań różniczkowych i ich układów;badania rozwiązań równań różniczkowych (istnienie i jednoznaczność rozwiązań, przedłużanie, ciągła zależność od warunków początkowych i parametrów);opisywania prostych procesów za pomocą równań różniczkowych.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student/studentka potrafi sformułować podstawowe twierdzenia z teorii równań różniczkowych zwyczajnych takie jak twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania równania różniczkowego w wersji lokalnej i globalnej, twierdzenia o ciągłej zależności rozwiązań od parametrów i warunków początkowych (lemat Gronwalla). Student umie wykorzystać twierdzenie Banacha o punkcie stałym do rozwiązania prostych równań różniczkowych liniowych pierwszego rzędu.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU1] Ocena realizacji zadania
	[K6_U08] posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej, wektora, przekształcenia liniowego, macierzy, dostrzega obecność struktur algebraicznych w różnych zagadnieniach matematycznych, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać geometryczną interpretację wyznacznika i rozumie jej związek z analizą matematyczną, rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań, znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne i wektory własne macierzy; potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć, sprowadza macierze do postaci kanonicznej; potrafi zastosować tę umiejętność do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach	Student/studentka potrafi wykorzystać wszystkie podstawowe pojęcia algebry liniowej takie jak macierz, wyznacznik macierzy, wartości własne i wektory własne macierzy, bazę przestrzeni liniowej. Jądro odwzorowania liniowego. Student stosuje te pojęcia do określenia macierzy fundamentalnej układu równań różniczkowych zwyczajnych pierwszego rzędu, określenia liniowej niezależności rozwiązań układu fundamentalnego, rozwiązania układu równań różniczkowych o stałych współczynnikach oraz równania różniczkowego liniowego n-tego rzędu o stałych współczynnikach.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU1] Ocena realizacji zadania
	[K6_W03] rozumie budowę teorii matematycznych, potrafi użyć formalizmu matematycznego do budowy i analizy prostych modeli matematycznych w innych dziedzinach nauk	Student/studentka potrafi zbudować model równania różniczkowego opisujący prosty model matematyczny o zastosowaniu w geometrii, ekonomii i statystyce.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K6_U09] potrafi zinterpretować układ równań różniczkowych zwyczajnych w języku geometrycznym, stosując pojęcie pola wektorowego i przestrzeni fazowej, rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych, umie wykorzystywać własności topologiczne zbiorów i funkcji do rozwiązywania zadań o charakterze jakościowym	Student/studentka potrafi określić dziedzinę rozwiązania równania różniczkowego w zależności od warunku początkowego. Zna interpretację geometryczną rozwiązania równania różniczkowego zwyczajnego.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU1] Ocena realizacji zadania

Treści przedmiotu	<ol style="list-style-type: none"> 1. Przykłady problemów prowadzących do równań różniczkowych. Pojęcie równania różniczkowego, jego rozwiązania oraz zagadnienia początkowe wraz z interpretacją geometryczną. Uwagi wstępne na temat istnienia i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia początkowego. 2. Równania o rozdzielonych zmiennych. Istnienie i jednoznaczność rozwiązania oraz metody rozwiązywania. 3. Zamiana zmiennych w równaniu różniczkowym. Równania liniowe i jednorodne. 4. Równania różniczkowe funkcji odwrotnej do rozwiązania równania różniczkowego. Równania różniczkowe Bernoulliego i Riccatiego. 5. Równanie różniczkowe zupełne. Czynniki całkujące. Symetryczna postać równania różniczkowego rzędu pierwszego. 6. Zamiana zmiennych w symetrycznym równaniu różniczkowym. Sprowadzenie równania n-tego rzędu do układu równań pierwszego rzędu. Liniowe równania różniczkowe rzędu n. 7. Faktoryzacja liniowego operatora różniczkowego rzędu n. Liniowe operatory różniczkowe rzędu n. Rozwiązanie ogólne równania liniowego jednorodnego rzędu n. 8. Układ fundamentalny rozwiązań. Liniowe niejednorodne równanie różniczkowe rzędu n o stałych współczynnikach. 9. Rozwiązania rzeczywiste liniowego niejednorodnego równania różniczkowego rzędu n o stałych współczynnikach. Metoda Laplace'a. 10. Twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego. Twierdzenie Picarda-Lindeloffa. Twierdzeniem Peano o istnieniu rozwiązań zagadnienia początkowego. 11. Ciągła zależność od warunków początkowych i od parametrów. Różniczkowalność rozwiązań względem warunków początkowych. 12. Podstawowe własności rozwiązań układów równań różniczkowych liniowych I rzędu (przestrzeń liniowa rozwiązań układu jednorodnego, jej wymiar, baza — układ fundamentalny, macierz Wronskiego i wronskian. 13. Twierdzenie Liouville'a. Macierz fundamentalna rozwiązań układu liniowego jednorodnego i wyznaczanie przy jej pomocy rozwiązań układu niejednorodnego. 14. Rozwiązywanie układów równań liniowych jednorodnych o stałych współczynnikach. Rozwiązywanie równań liniowych wyższych rzędów o stałych współczynnikach. 15. Zagadnienia brzegowe dla równań liniowych drugiego rzędu. Zagadnienie Sturm-Liouville'a. 											
Wymagania wstępne i dodatkowe	Znajomość analizy matematycznej I i II oraz algebry liniowej											
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Sposób oceniania (składowe)</th> <th>Próg zaliczeniowy</th> <th>Składowa oceny końcowej</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Egzamin pisemny, część teoretyczna</td> <td>50.0%</td> <td>50.0%</td> </tr> <tr> <td>Egzamin pisemny, część zadaniowa</td> <td>50.0%</td> <td>50.0%</td> </tr> </tbody> </table>	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	Egzamin pisemny, część teoretyczna	50.0%	50.0%	Egzamin pisemny, część zadaniowa	50.0%	50.0%		
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej										
Egzamin pisemny, część teoretyczna	50.0%	50.0%										
Egzamin pisemny, część zadaniowa	50.0%	50.0%										
Zalecana lista lektur	<p>Podstawowa lista lektur</p> <p>Uzupełniająca lista lektur</p> <p>Adresy eZasobów</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Z. Kamont, Równania różniczkowe zwyczajne, Wydawnictwo UG, Gdańsk, 1999. 2. M. Kwapisz, Elementy zwyczajnych równań różniczkowych, Wydawnictwo UKW, Bydgoszcz, 2007. 3. Muszyński, A.D Myszkiś, Równania Różniczkowe Zwyczajne, PWN, Warszawa, 1984. 4. A. Palczewski, Równania Różniczkowe Zwyczajne, WNT, Warszawa, 1999. 5. A. Pelczar, J. Szarski, Wstęp do Teorii Równań Różniczkowych, cz. I,II, PWN, Warszawa, 1987, 1989. <p>Trench W.F., Elementary Differential Equations, Free Edition 1.01 (December 2013)</p>										
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	<ol style="list-style-type: none"> 1. Wyznaczyć obszar, w którym zagadnienie Cauchy'ego dla równania $y' = 1 - \text{ctg}(x)$ ma jednoznaczne rozwiązanie. 2. Znaleźć rozwiązanie ogólne równania różniczkowego $(x^3 + e^y)y' = 3x^2$. 3. Znaleźć rozwiązanie zagadnienia początkowego $y''' - y' = -2x$, $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$, $y''(0) = 2$. 											
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy											