

## Karta przedmiotu

|                                          |                                                                                                                                                                                                          |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
|------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------|
| Nazwa i kod przedmiotu                   | Topologia, PG_00021501                                                                                                                                                                                   |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
| Kierunek studiów                         | Matematyka                                                                                                                                                                                               |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
| Data rozpoczęcia studiów                 | październik 2024 r.                                                                                                                                                                                      |                                                           | Rok akademicki realizacji przedmiotu                     |                        | 2025/2026                                                                                                                                                                              |                       |       |
| Poziom kształcenia                       | I stopnia - licencjackie                                                                                                                                                                                 |                                                           | Grupa zajęć                                              |                        | Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów<br>Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki |                       |       |
| Forma studiów                            | stacjonarne                                                                                                                                                                                              |                                                           | Sposób realizacji                                        |                        | na uczelni                                                                                                                                                                             |                       |       |
| Rok studiów                              | 2                                                                                                                                                                                                        |                                                           | Język wykładowy                                          |                        | polski                                                                                                                                                                                 |                       |       |
| Semestr studiów                          | 3                                                                                                                                                                                                        |                                                           | Liczba punktów ECTS                                      |                        | 5.0                                                                                                                                                                                    |                       |       |
| Profil kształcenia                       | ogólnoakademicki                                                                                                                                                                                         |                                                           | Forma zaliczenia                                         |                        | egzamin                                                                                                                                                                                |                       |       |
| Jednostka prowadząca                     | Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej                                                                                  |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
| Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców) | Odpowiedzialny za przedmiot                                                                                                                                                                              |                                                           | dr hab. Zdzisław Dzedzej                                 |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
|                                          | Prowadzący zajęcia z przedmiotu                                                                                                                                                                          |                                                           | dr hab. Zdzisław Dzedzej<br><br>dr inż. Maciej Starostka |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
| Formy zajęć i metody nauczania           | Forma zajęć                                                                                                                                                                                              | Wykład                                                    | Ćwiczenia                                                | Laboratorium           | Projekt                                                                                                                                                                                | Seminarium            | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin zajęć                                                                                                                                                                                      | 30.0                                                      | 30.0                                                     | 0.0                    | 0.0                                                                                                                                                                                    | 0.0                   | 60    |
|                                          | W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0                                                                                                                                                              |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
|                                          | Adresy kursu na platformie eNauczanie:<br>Moodle ID: 1065 Topologia<br><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=1065">https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=1065</a> |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |
| Aktywność studenta i liczba godzin pracy | Aktywność studenta                                                                                                                                                                                       | Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów |                                                          | Udział w konsultacjach |                                                                                                                                                                                        | Praca własna studenta | RAZEM |
|                                          | Liczba godzin pracy studenta                                                                                                                                                                             | 60                                                        |                                                          | 5.0                    |                                                                                                                                                                                        | 60.0                  | 125   |
| Cel przedmiotu                           | Zapoznanie z podstawami teorii przestrzeni metrycznych, intuicjami oraz technikami dowodowymi.                                                                                                           |                                                           |                                                          |                        |                                                                                                                                                                                        |                       |       |

|                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                               |                                                                                                        |
|-------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Efekty uczenia się przedmiotu                               | Efekt kierunkowy                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Efekt z przedmiotu                                                            | Sposób weryfikacji i oceny efektu                                                                      |
|                                                             | [K6_U09] potrafi zinterpretować układ równań różniczkowych zwyczajnych w języku geometrycznym, stosując pojęcie pola wektorowego i przestrzeni fazowej, rozpoznaje i określa najważniejsze własności topologiczne podzbiorów przestrzeni euklidesowej i przestrzeni metrycznych, umie wykorzystywać własności topologiczne zbiorów i funkcji do rozwiązywania zadań o charakterze jakościowym                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Student potrafi zbadać własności zbiorów z różnymi metrykami.                 | [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji<br>[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi |
|                                                             | [K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich, posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki, rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Student umie stosować pojęcia topologiczne w analizie matematycznej.          | [SU1] Ocena realizacji zadania<br>[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi              |
|                                                             | [K6_W07] zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem algebry liniowej i topologii                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | The student is able to examine the properties of sets with different metrics. | [SW1] Ocena wiedzy faktograficznej                                                                     |
|                                                             | [K6_U02] umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne, umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Student potrafi dowodzić elementarne twierdzenia topologiczne.                | [SU1] Ocena realizacji zadania                                                                         |
|                                                             | [K6_W04] zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | Student zna podstawowe pojęcia i twierdzenia topologii.                       | [SW1] Ocena wiedzy faktograficznej                                                                     |
| Treści przedmiotu                                           | <p>Wykład: Przestrzenie metryczne: Metryka i przestrzeń metryczna, przykłady. Pojęcie kuli otwartej i zbioru otwartego w przestrzeni metrycznej. Ciągi i zbieżność ciągów w przestrzeni metrycznej. Zbiór domknięty. Iloczyn kartezjański przestrzeni metrycznych, przestrzeń Hilberta. Przestrzenie topologiczne: Przestrzeń topologiczna, przykłady. Wnętrze, domknięcie i brzeg zbioru w przestrzeni topologicznej. Zbiory gęste, ośrodek, przestrzenie ośrodkowe. Ciągłość i homeomorfizm: Ciągłość odwzorowania przestrzeni topologicznych. Równoważność warunków: Heinego, Cauchy'ego i pojęcia ciągłości w przestrzeniach metrycznych. Homeomorfizm i przestrzenie homeomorficzne. Funkcje jednostajnie ciągłe i funkcje Lipschitza w przestrzeniach metrycznych. Przestrzenie metryczne zupełne: Ciągi Cauchy'ego i przestrzenie metryczne zupełne. Przestrzeń Banacha. Twierdzenie Cantora i twierdzenie Banacha oraz ich zastosowania. Twierdzenie o zanurzaniu przestrzeni metrycznej w przestrzeń metryczną zupełną. Zwartość: Zbiory zwarte i ich charakterystyzacje. Własności odwzorowań ciągłych na zbiorach zwartych. Zbiór Cantora i jego własności oraz przykłady nietypowych funkcji ciągłych konstruowanych przy pomocy tego zbioru. Twierdzenie Tichonowa. Kostka Hilberta. Zbiory brzegowe i zbiory nigdzie gęste, twierdzenie Baire'a. Spójność: Przestrzenie spójne i ich własności. Odcinek <math>[0,1]</math> jest spójny. Własności odwzorowań ciągłych na zbiorach spójnych. Domknięcie i iloczyn kartezjański przestrzeni spójnych. Przestrzenie łukowo spójne i lokalnie łukowo spójne. Kółko warszawskie i miotłka harmoniczna.</p> <p>Ćwiczenia: Na ćwiczeniach będą: 1.omawiane przykłady pojęć wprowadzonych na wykładzie;</p> <p>2.dowodzone i dyskutowane elementarne twierdzenia;</p> <p>3.rozwidywane zadania geometryczne.</p> |                                                                               |                                                                                                        |
| Wymagania wstępne i dodatkowe                               | Znajomość pojęć analizy matematycznej i teorii zbiorów.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                               |                                                                                                        |
| Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się | Sposób oceniania (składowe)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Próg zaliczeniowy                                                             | Składowa oceny końcowej                                                                                |
|                                                             | Aktywność                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | 0.0%                                                                          | 10.0%                                                                                                  |
|                                                             | Kolokwia w czasie semestru                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | 50.0%                                                                         | 50.0%                                                                                                  |
|                                                             | Egzamin pisemny                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | 50.0%                                                                         | 40.0%                                                                                                  |

|                                                                         |                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                     |
|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Zalecana lista lektur                                                   | Podstawowa lista lektur                                                                         | <p>1. H. Patkowska, Wstęp do topologii, PWN, Warszawa-Poznań, 2000.</p> <p>2. K. Kuratowski, Wstęp do teorii mnogości i topologii, PWN, Warszawa, 1972.</p> <p>3. R. Duda, Wprowadzenie do topologii I/II, PWN, Warszawa, 1986.</p> |
|                                                                         | Uzupełniająca lista lektur                                                                      | <p>K. Sieklucki, Geometria i Topologia cz. I, Geometria, PWN, Warszawa 1978.</p> <p>K. Sieklucki i R. Engelking, Geometria i Topologia cz. II, Topologia, PWN, Warszawa 1980.</p>                                                   |
|                                                                         | Adresy eZasobów                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                     |
| Przykładowe zagadnienia/<br>przykładowe pytania/<br>realizowane zadania | Zbadaj własności podzbioru płaszczyzny $\{(x,y): (x-1)^2+(y-1)^2 \leq 1\}$ z różnymi metrykami. |                                                                                                                                                                                                                                     |
| Praktyki zawodowe<br>w ramach przedmiotu                                | Nie dotyczy                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                     |

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.