



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Algebra liniowa, PG_00021032						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2024 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2024/2025		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie	Grupa zajęć			Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	1	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	2	Liczba punktów ECTS			5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			egzamin		
Jednostka prowadząca	Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Katedra Analizy Nieliniowej i Statystyki						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr Joanna Cyman				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu		mgr inż. Tomasz Gzella dr Joanna Cyman				
Formy zajęć i metody nauczania	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
	Adres na platformie eNauczenie: <a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731#section-0">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731#section-0</a> Adresy na platformie eNauczenie: Algebra liniowa II 2024/2025 - Moodle ID: 42731 <a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a>						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów	Udział w konsultacjach	Praca własna studenta	RAZEM		
	Liczba godzin pracy studenta	60	5.0	60.0	125		
Cel przedmiotu	Zapoznanie studentów z kluczowymi pojęciami przestrzeni wektorowych i przekształceń liniowych oraz opanowanie podstawowej wiedzy o przestrzeniach euklidesowych.  Rozwinięcie umiejętności wykorzystania zdobytej wiedzy do rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach matematyki.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K6_W07] zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem algebry liniowej i topologii	Student zdobywa umiejętności wykorzystania pojęć algebry liniowej w różnych dziedzinach matematyki.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich, posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki, rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach	Student poprawnie definiuje różne struktury algebraiczne.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu
	[K6_U08] posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej, wektora, przekształcenia liniowego, macierzy, dostrzega obecność struktur algebraicznych w różnych zagadnieniach matematycznych, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać geometryczną interpretację wyznacznika i rozumie jej związek z analizą matematyczną, rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań, znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne i wektory własne macierzy; potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć, sprowadza macierze do postaci kanonicznej; potrafi zastosować tę umiejętność do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach	Student zna i rozumie pojęcie przestrzeni wektorowej, potrafi sprawdzić liniową niezależność układu wektorów oraz znaleźć bazy podprzestrzeni. Potrafi również znaleźć współrzędne wektora w danej bazie. Student rozumie pojęcie przekształcenia liniowego i zna przykłady takich przekształceń. Potrafi znaleźć jądro i obraz przekształcenia liniowego oraz zna związek między wymiarem dziedziny przekształcenia a wymiarami jego jądra i obrazu. Potrafi znaleźć macierz przekształcenia liniowego w zadanych bazach. Potrafi obliczać wartości i wektory własne. Student zna pojęcie iloczynu skalarnego oraz baz ortonormalnych. Potrafi przeprowadzić ortogonalizację Grama-Schmidta. Ponadto potrafi badać formy dwuliniowe.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_W02] dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Student przeprowadza proste rozumowania, poprawnie formułuje i udowadnia twierdzenia z algebry liniowej, np. twierdzenie o bazie przestrzeni, twierdzenie wymiarowe.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student potrafi udowodnić proste własności algebraiczne, badać liniową niezależność i ortogonalność wektorów.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi

Treści przedmiotu	<p><b>Przestrzeń wektorowa.</b> Baza i wymiar przestrzeni wektorowej. Współrzędne wektora w bazie. Macierz przejścia pomiędzy bazami.</p> <p><b>Odwzorowania liniowe.</b> Jądro i obraz odwzorowania liniowego. Macierz odwzorowania. Operacje na odwzorowaniach.</p> <p><b>Wartości własne i wektory własne.</b> Wartości własne i wektory własne macierzy i odwzorowania. Twierdzenie Cayleya-Hamiltona.</p> <p><b>Przestrzeń euklidesowa.</b> Iloczyn skalarny, ortogonalność wektorów. Bazy ortogonalne i ortonormalne. Ortogonalizacja Grama-Schmidta.</p> <p><b>Formy kwadratowe.</b> Rzeczywista forma kwadratowa. Forma kwadratowa w postaci kanonicznej.</p>														
Wymagania wstępne i dodatkowe	Algebra liniowa I														
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="456 658 794 696">Sposób oceniania (składowe)</th> <th data-bbox="799 658 1137 696">Próg zaliczeniowy</th> <th data-bbox="1142 658 1481 696">Składowa oceny końcowej</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="456 703 794 730">kolokwia</td> <td data-bbox="799 703 1137 730">50.0%</td> <td data-bbox="1142 703 1481 730">50.0%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="456 736 794 763">egzamin</td> <td data-bbox="799 736 1137 763">50.0%</td> <td data-bbox="1142 736 1481 763">40.0%</td> </tr> <tr> <td data-bbox="456 770 794 797">aktywność</td> <td data-bbox="799 770 1137 797">0.0%</td> <td data-bbox="1142 770 1481 797">10.0%</td> </tr> </tbody> </table>			Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej	kolokwia	50.0%	50.0%	egzamin	50.0%	40.0%	aktywność	0.0%	10.0%
Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej													
kolokwia	50.0%	50.0%													
egzamin	50.0%	40.0%													
aktywność	0.0%	10.0%													
Zalecana lista lektur	<table border="1"> <tr> <td data-bbox="456 804 794 1160">Podstawowa lista lektur</td> <td colspan="2" data-bbox="799 804 1481 1160"> <p>T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.</p> <p>T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.</p> <p>J. Topp, Algebra liniowa, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2015.</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="456 1167 794 1424">Uzupełniająca lista lektur</td> <td colspan="2" data-bbox="799 1167 1481 1424"> <p>J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN 2008</p> <p>G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, WNT 2002.</p> <p>A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry. PWN, Warszawa 2024.</p> </td> </tr> <tr> <td data-bbox="456 1431 794 1585">Adresy eZasobów</td> <td colspan="2" data-bbox="799 1431 1481 1585"> <p>Podstawowe</p> <p><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a> - platforma eNauczanie</p> <p>Algebra liniowa II 2024/2025 - Moodle ID: 42731</p> <p><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a></p> </td> </tr> </table>			Podstawowa lista lektur	<p>T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.</p> <p>T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.</p> <p>J. Topp, Algebra liniowa, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2015.</p>		Uzupełniająca lista lektur	<p>J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN 2008</p> <p>G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, WNT 2002.</p> <p>A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry. PWN, Warszawa 2024.</p>		Adresy eZasobów	<p>Podstawowe</p> <p><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a> - platforma eNauczanie</p> <p>Algebra liniowa II 2024/2025 - Moodle ID: 42731</p> <p><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a></p>				
Podstawowa lista lektur	<p>T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.</p> <p>T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.</p> <p>J. Topp, Algebra liniowa, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2015.</p>														
Uzupełniająca lista lektur	<p>J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN 2008</p> <p>G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, WNT 2002.</p> <p>A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry. PWN, Warszawa 2024.</p>														
Adresy eZasobów	<p>Podstawowe</p> <p><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a> - platforma eNauczanie</p> <p>Algebra liniowa II 2024/2025 - Moodle ID: 42731</p> <p><a href="https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731">https://enauczanie.pg.edu.pl/moodle/course/view.php?id=42731</a></p>														

Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	<p>1. Dana jest macierz A</p> <p>a) Znaleźć jej wartości i wektory własne. b) Czy A jest diagonalizowalna? Uzasadnić. c) Korzystając z twierdzenia Cayleya Hamiltona obliczyć <math>A^{-1}</math></p> <p>2. Sprawdzić, który z niżej podanych zbiorów jest podprzestrzenią przestrzeni wektorowej <math>R^2</math></p> <p>a) <math>A = \{(x, y) \in R^2 :  x  =  y \}</math>; b) <math>B = \{(x, y) \in R^2 : x = 3y\}</math>; c) <math>C = \{(x, y) \in R^2 : x = y + 3\}</math>.</p> <p>3. Dane jest przekształcenie liniowe <math>T: R^4 \rightarrow R^3</math>, <math>T(x, y, z, t) = (x + y - z, -x - y + z, x + 3t)</math>.</p> <p>a) wyznaczyć jądro, obraz oraz ich bazy; b) ortogonalizować te bazy metodą Gramma Schmidta; c) znaleźć współrzędne wektorów <math>(5, -5, 6)</math> i <math>(6, -2, 4, -2)</math> w wybranych bazach.</p> <p>4. Podać i udowodnić twierdzenie wymiarowe.</p>
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.