



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Algebra liniowa, PG_00021032						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2025/2026		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie		Grupa zajęć		Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	2		Liczba punktów ECTS		5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		egzamin		
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Układów Dynamicznych						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr Joanna Cyman				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu		dr Joanna Cyman mgr inż. Tomasz Gzella				
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
	Adresy kursu na platformie eNauczanie: Moodle ID: 4435 Algebra liniowa II https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=4435						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		60.0	125
Cel przedmiotu	Zapoznanie studentów z kluczowymi pojęciami przestrzeni wektorowych i przekształceń liniowych oraz opanowanie podstawowej wiedzy o przestrzeniach euklidesowych. Rozwinięcie umiejętności wykorzystania zdobytej wiedzy do rozwiązywania zagadnień teoretycznych i praktycznych w różnych dziedzinach matematyki.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K6_W07] zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem algebry liniowej i topologii	Student zdobywa umiejętności wykorzystania pojęć algebry liniowej w różnych dziedzinach matematyki.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K6_U08] posługuje się pojęciem przestrzeni liniowej, wektora, przekształcenia liniowego, macierzy, dostrzega obecność struktur algebraicznych w różnych zagadnieniach matematycznych, umie obliczać wyznaczniki i zna ich własności; potrafi podać geometryczną interpretację wyznacznika i rozumie jej związek z analizą matematyczną, rozwiązuje układy równań liniowych o stałych współczynnikach; potrafi posłużyć się geometryczną interpretacją rozwiązań, znajduje macierze przekształceń liniowych w różnych bazach; oblicza wartości własne i wektory własne macierzy; potrafi wyjaśnić sens geometryczny tych pojęć, sprowadza macierze do postaci kanonicznej; potrafi zastosować tę umiejętność do rozwiązywania równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach	Student zna i rozumie pojęcie przestrzeni wektorowej, potrafi sprawdzić liniową niezależność układu wektorów oraz znaleźć bazy podprzestrzeni. Potrafi również znaleźć współrzędne wektora w danej bazie. Student rozumie pojęcie przekształcenia liniowego i zna przykłady takich przekształceń. Potrafi znaleźć jądro i obraz przekształcenia liniowego oraz zna związek między wymiarem dziedziny przekształcenia a wymiarami jego jądra i obrazu. Potrafi znaleźć macierz przekształcenia liniowego w zadanych bazach. Potrafi obliczać wartości i wektory własne. Student zna pojęcie iloczynu skalarnego oraz baz ortonormalnych. Potrafi przeprowadzić ortogonalizację Grama-Schmidta. Ponadto potrafi badać formy dwuliniowe.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_W02] dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Student przeprowadza proste rozumowania, poprawnie formułuje i udowadnia twierdzenia z algebry liniowej, np. twierdzenie o bazie przestrzeni, twierdzenie wymiarowe.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student potrafi udowodnić proste własności algebraiczne, badać liniową niezależność i ortogonalność wektorów.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich, posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki, rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach	Student poprawnie definiuje różne struktury algebraiczne.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu

Treści przedmiotu	Treści przedmiotu - wykład Przestrzeń wektorowa. Baza i wymiar przestrzeni wektorowej. Współrzędne wektora w bazie. Macierz przejścia pomiędzy bazami. Odwzorowania liniowe. Jądro i obraz odwzorowania liniowego. Macierz odwzorowania. Operacje na odwzorowaniach. Wartości własne i wektory własne. Wartości własne i wektory własne macierzy i odwzorowania. Twierdzenie Cayleya-Hamiltona. Przestrzenie euklidesowe. Iloczyn skalarny, ortogonalność wektorów. Bazy ortogonalne i ortonormalne. Ortogonalizacja Grama-Schmidta. Formy kwadratowe. Rzeczywista forma kwadratowa. Forma kwadratowa w postaci kanonicznej.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Algebra liniowa I		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	aktywność	0.0%	10.0%
	kolokwia	50.0%	50.0%
	egzamin	50.0%	40.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2023/2024.	
		T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1 i 2. Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław2023/2024.	
		J. Topp, Algebra liniowa, Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2015.	
	Uzupełniająca lista lektur	J. Rutkowski, Algebra liniowa w zadaniach, PWN 2008	
		G. Banaszak, W. Gajda, Elementy algebry liniowej, WNT 2002.	
		A. I. Kostrikin, Wstęp do algebry. PWN, Warszawa 2024.	
	Adresy eZasobów		
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	1. Dana jest macierz A a) Znaleźć jej wartości i wektory własne. b) Czy A jest diagonalizowalna? Uzasadnić. c) Korzystając z twierdzenia Cayleya Hamiltona obliczyć A^{-1} 2. Sprawdzić, który z niżej podanych zbiorów jest podprzestrzenią przestrzeni wektorowej R^2 a) $A=\{(x,y)\in R^2: x = y \}$; b) $B=\{(x,y)\in R^2: x=3y\}$; c) $C=\{(x,y)\in R^2: x=y+3\}$. 3. Dane jest przekształcenie liniowe $T: R^4 \rightarrow R^3$, $T(x,y,z,t)=(x+y-z,-x-y+z,x+3t)$. a) wyznaczyć jądro, obraz oraz ich bazy; b) zortogonalizować te bazy metodą Gramma Schmidta; c) znaleźć współrzędne wektorów $(5,-5,6)$ i $(6,-2,4,-2)$ w wybranych bazach. 4. Podać i udowodnić twierdzenie wymiarowe.		

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.