POLITECHNIKA GDAŃSKA

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Wstęp do logiki i teorii mnogości, PG_00021021		
Kierunek studiów	Matematyka		
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu	2025/2026
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie	Grupa zajęć	Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji	na uczelni
Rok studiów	1	Język wykładowy	polski
Semestr studiów	1	Liczba punktów ECTS	5.0
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia	egzamin
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Układów Dynamicznych		
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr Joanna Cyman	
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu	dr Joanna Cyman dr Maryna Shcholokova	

Formy zajęć i metody nauczania	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						

Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów	Udział w konsultacjach	Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60	5.0	60.0	125

Cel przedmiotu	Wprowadzenie podstawowych pojęć podstaw matematyki niezbędnych w studiowaniu dalszych przedmiotów matematycznych.

<table>
<tr><td>Efekty uczenia się przedmiotu</td><td>

Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
[K6_W06] zna wybrane pojęcia i metody logiki matematycznej, teorii mnogości i matematyki dyskretnej zawarte w podstawach innych dyscyplin matematyki	Student zna i potrafi zastosować wybrane prawa rachunku zdań oraz teorii mnogości.	[SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym [SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
[K6_U02] umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne,umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych	Student potrafi zastosować zasadę indukcji matematycznej oraz mocną zasadę indukcji matematycznej w zadaniach. Poprawnie definiuje zależności rekurencyjne i udowadnia ich poprawność.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji
[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje,posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student potrafi poprawnie formułować twierdzenia i definicje. Potrafi udowadniać równoważność formuł zdaniowych. Zna i umiejętnie stosuje prawa rachunku kwantyfikatorów.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji
[K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich,posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki,rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach	Student zna pojęcie mocy zbioru i równoliczności zbiorów. Zna różne rodzaje nieskończoności. Potrafi udowadnić, że dany zbiór jest przeliczalny bądź wykazać, że jest on nieprzeliczalny. Zna również relacje częściowego i liniowego porządku w zbiorach i umiejętnie wykazuje, czy dany zbiór jest zbiorem uporządkowanym.	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji
[K6_W02] dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Student zna podstawowe rodzaje dowodów matematycznych i umiejętnie je stosuje. Potrafi przedstawić klasyczne dowody nie wprost np. dowód niewymierności danej liczby lub dowód Euklidesa na istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.	[SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym [SW2] Ocena wiedzy zawartej w prezentacji

</td></tr>
<tr><td>Treści przedmiotu</td><td>
Rachunek zdań. Funktory zdaniotwórcze. Prawa (tautologie) rachunku zdań. Kwadrat logiczny. Reguły wnioskowania. Metody dowodzenia twierdzeń. Analiza rozumowań.

Zbiory. Zasada ekstensjonalności. Podzbiory. Działania na zbiorach. Iloczyn kartezjański zbiorów.Rachunek kwantyfikatorów. Uogólniona suma i uogólniony iloczyn rodziny zbiorów. Ciało zbiorów. Aksjomatyka teorii mnogości.

Indukcja matematyczna i rekurencja. Liczby naturalne. Zasada minimum. Różne wersje twierdzenia o indukcji matematycznej. Przykłady rekurencji.

Funkcje. Definicja funkcji i rodzaje funkcji. Własności funkcji. Operacje na funkcjach. Odwracalność funkcji. Obrazy i przeciwobrazy.

Relacje. Pojęcie relacji. Działania na relacjach. Elementarne własności i typy relacji. Relacja równoważności. Zbiory częściowo uporządkowane. Zbiory dobrze uporządkowane. Relacja liniowo porządkująca.

Moce zbiorów. Równoliczność zbiorów. Moce zbiorów i porównywanie mocy zbiorów. Twierdzenie Cantora-Bernsteina-Schrödera Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Zbiory mocy continuum. Hipoteza continuum.
</td></tr>
<tr><td>Wymagania wstępne i dodatkowe</td><td>Wiadomości z zakresu matematyki na poziomie szkoły średniej.</td></tr>
<tr><td>Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się</td><td>

Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
Kolokwia w czasie semestru	50.0%	54.0%
Egzamin pisemny	50.0%	40.0%
Aktywność	30.0%	6.0%

</td></tr>
</table>

Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	• J. Topp "Wstęp do matematyki", Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej; Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2015. • W. Guzicki, P. Zakrzewski "Wykłady ze wstępu do matematyki"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2023. • H. Rasiowa " Wstęp do matematyki współczesnej"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013. • R. Hammack "Book of proof", 2018 (po angielsku, dostępna online).
	Uzupełniająca lista lektur	• W. Guzicki, P. Zakrzewski "Wstęp do matematyki. Zbiór zadań"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015. • J. Kraszewski "Wstęp do matematyki"; WNT, Warszawa, 2018. • W. Marek, J. Onyszkiewicz "Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2024. • K. Kuratowski "Wstęp do teorii mnogości i topologii"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2004. • K. Ross, Ch. Wright "Matematyka dyskretna"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2023. • J.Cichoń "Wykłady ze Wstępu do Matematyki", Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2019 (dostępna online).
	Adresy eZasobów	Adresy na platformie eNauczanie:
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	1. Zdanie $(\lnot p\vee q)\Rightarrow \lnot r$ zapisać przy pomocy a) kreski Sheffera; b) binegacji. Wypisać zastosowane prawa rachunku zdań. 2. Formułę zdaniową $((p\wedge q)\Rightarrow \lnot r)\Rightarrow ((p\Rightarrow \lnot r)\Rightarrow p$ zapisać w postaci kanonicznej alternatywno-koniunkcyjnej. 3. Wyznaczyć zbiór potęgowy zbioru A={emptyset, 3, {emptyset, 3}, {emptyset}}. 4. Indukcyjnie udowodnić nierówność $\forall_{n \in N, n\geq 2} \frac 1{n+1}+\frac 1{n+2}+\frac 1{n+3}+... + \frac 1{n+n}>\frac{13}{24}$. 5. Indukcyjnie wykazać, że dla liczby naturalnej $n\geq 72$ istnieją liczby naturalne x i y takie, że $n = 13x + 7y$. 6. Definiujemy rekurencyjnie ciąg (a_n) wzorami: $a_0=a_1=a_2=1$ oraz $a_n=a_{n-1}+a_{n-3}$ dla $n\geq 3$. Pokazać, że $a_n\geq 2a_{n-2}$ dla wszystkich $n\geq 3$ oraz udowodnić, że $a_n\geq (\sqrt 2)^{n-2}$ dla wszystkich $n\geq 2$. 7. Dana jest funkcja $f : A \times A\rightarrow A$, gdzie $f(x,y) = 5x+7y$ dla $x,y \in A$. Zbadać, czy f jest injekcją i czy jest ona surjekcją, a następnie znaleźć $f(\{1,2,3\}\times\{3,7\})$ oraz $f^{-1}(\{0,7\})$, gdy: (a) A = N; (b) A = Z. 8. Zakładamy, że dla liczb $a, b\in Z$ mamy a R b wtedy i tylko wtedy, gdy $7\|(3a + 4b)$. Wykazać, że R jest relacją równoważności w zbiorze Z. Wyznaczyć klasy abstrakcji liczb 0 i 1. 9. Udowodnić, że zbiór N-{0,2,7} jest równoliczny ze zbiorem N. 10. Udowodnić, że odcinek otwarty (-1; 1) jest równoliczny z odcinkiem (-1; 1].	
Praktyki zawodowe w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.