POLITECHNIKA GDAŃSKA

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Analiza matematyczna, PG_00021503		
Kierunek studiów	Matematyka		
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu	2026/2027
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie	Grupa zajęć	Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji	na uczelni
Rok studiów	2	Język wykładowy	polski Polski
Semestr studiów	3	Liczba punktów ECTS	10.0
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia	egzamin
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Katedra Analizy Nieliniowej i Statystyki Brak (istniała Wcześniej)		
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr inż. Marcin Styborski	
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu	dr inż. Marcin Styborski dr inż. Robert Krawczyk	

Formy zajęć

Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
Liczba godzin zajęć	60.0	60.0	0.0	0.0	0.0	120

W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0

Adres kursu na platformie eNauczanie: https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=5986

Moodle ID: 5986 Analiza matematyczna 3, 2026/27
https://enauczanie.pg.edu.pl/2025/course/view.php?id=5986

Aktywność studenta i liczba godzin pracy

Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów	Udział w konsultacjach	Praca własna studenta	RAZEM
Liczba godzin pracy studenta	120	5.0	125.0	250

Cel przedmiotu

Celem przedmiotu jest zapoznanie studentów z podstawami (definicje, twierdzenia, metody obliczeniowe i metody rozwiązywania problemów) rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych i jego zastosowaniami.

Efekty uczenia się przedmiotu

Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
[K6_U06] posługuje się definicją całki funkcji jednej i wielu zmiennych rzeczywistych; potrafi wyjaśnić analityczny i geometryczny sens tego pojęcia, umie całkować funkcje jednej i wielu zmiennych przez części i przez podstawienie; umie zamieniać kolejność całkowania; potrafi wyrażać pola powierzchni gładkich i objętości jako odpowiednie całki	Student/studentka potrafi zdefiniować całkę funkcji wielu zmiennych, potrafi zamienić całkę z takiej funkcji na całkę iterowaną i przeprowadzić obliczenia w stosownie dobranych przykładach. Definiuje również całkę krzywoliniową i powierzchniową. Potrafi posługiwać się twierdzeniami Greena, Gaussa i Stokesa.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu
[K6_W04] zna podstawowe twierdzenia z poznanych działów matematyki	Student/studentka po kursie będzie zaznajomiony z klasycznymi twierdzeniami, które uogólniają wzór Newtona-Leibniza na wyższe wymiary, tj. Greena, Gaussa i Stokesa. Potrafi zastosować te twierdzenia.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
[K6_U02] umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne,umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych	Student/studentka potrafi przeprowadzać formalne rozumowania prowadzące do uzasadnienia twierdzeń Fubiniego, Greena,Stokesa.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU1] Ocena realizacji zadania
[K6_W07] zna podstawy rachunku różniczkowego i całkowego funkcji jednej i wielu zmiennych, a także wykorzystywane w nim inne gałęzie matematyki, ze szczególnym uwzględnieniem algebry liniowej i topologii	Student/studentka potrafi uzasadnić jakie znaczenie ma jakobian funkcji wielu zmiennych i jaką odgrywa rolę w twierdzeniu o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej.	[SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym [SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
[K6_U04] umie operować pojęciem liczby rzeczywistej; zna przykłady liczb niewymiernych i przestępnych,potrafi definiować funkcje, także z wykorzystaniem przejść granicznych, i opisywać ich własności, posługuje się w różnych kontekstach pojęciem zbieżności i granicy; potrafi — na prostym i średnim poziomie trudności — obliczać granice ciągów i funkcji, badać zbieżność bezwzględną i warunkową szeregów	Student/studentka zna definicję i przykłady krzywych i powierzchni. Potrafi obliczać ich długości i pola odpowiednio. Zna pojęcie objętości wielowymiarowej .	[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji

Treści przedmiotu

Treści przedmiotu - wykład

- Funkcje uwikłane: twierdzenie o funkcji uwikłanej, interpretacja geometryczna, przykłady zastosowań.
- Twierdzenie o odwracaniu lokalnym i globalnym, dyfeomorfizmy.
- Ekstrema warunkowe, metoda mnożników Lagrange'a, powiązanie z geometrią przestrzeni stycznej T_pM.
- Elementy teorii Morse'a: punkty krytyczne niezdegenerowane, hesjan, klasyfikacja ekstremów.
- Całka Riemanna w R^n: zbiory miary zero, kryterium Lebesgue'a całkowalności.
- Twierdzenie Fubiniego i zasada Cavalieriego, obliczanie objętości, objętość kuli n-wymiarowej.
- Twierdzenie o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej, współrzędne biegunowe, walcowe i sferyczne, całka Gaussa.
- Całki krzywoliniowe (skierowane i nieskierowane), pola potencjalne.
- Całki powierzchniowe, orientacja powierzchni.
- Formy różniczkowe, pochodna zewnętrzna, całkowanie form.
- Twierdzenie Stokesa i jego klasyczne szczególne przypadki (Greena, Gaussa–Ostrogradskiego, Stokesa w R^3).

Treści przedmiotu - ćwiczenia

- Obliczanie pochodnych funkcji uwikłanych, badanie lokalnej odwracalności odwzorowań.
- Wyznaczanie ekstremów warunkowych metodą mnożników Lagrange'a, zadania optymalizacyjne.
- Klasyfikacja punktów krytycznych za pomocą hesjanu.
- Całki podwójne i potrójne po obszarach normalnych, zamiana kolejności całkowania.
- Obliczanie objętości i pól za pomocą całek wielokrotnych, w tym z zasadą Cavalieriego.
- Zamiana zmiennych w całkach (przekształcenia liniowe, współrzędne biegunowe, walcowe, sferyczne), całki typu Gaussa.
- Obliczanie całek krzywoliniowych, badanie potencjalności pól wektorowych.
- Obliczanie całek powierzchniowych, parametryzacja powierzchni.
- Rachunek na formach różniczkowych.
- Zastosowania twierdzeń Greena, Gaussa–Ostrogradskiego i Stokesa.

Wymagania wstępne i dodatkowe

Znajomość poprzednich kursów analizy matematycznej (analiza I i analiza II: rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych, rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej).

<table>
<tr><td>Sposoby i kryteria oceniania osiąganych efektów uczenia się</td><td colspan="2"><table>
<tr><th>Sposób oceniania (składowe)</th><th>Próg zaliczeniowy</th><th>Składowa oceny końcowej</th></tr>
<tr><td>zaliczenie ćwiczeń</td><td>50.0%</td><td>50.0%</td></tr>
<tr><td>egzamin</td><td>50.0%</td><td>50.0%</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td rowspan="3">Zalecana lista lektur</td><td>Podstawowa lista lektur</td><td>• T. M. Apostol, Mathematical Analysis.
• W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis.
• K. Maurin, Analiza, cz. 1.
• F. J. Olmsted, Advanced Calculus (Appleton-Century-Crofts, 1961)</td></tr>
<tr><td>Uzupełniająca lista lektur</td><td>• M. Spivak, Calculus on Manifolds (formy różniczkowe i twierdzenie Stokesa).
• J. R. Munkres, Analysis on Manifolds.
• V. A. Zorich, Mathematical Analysis II.
• G. M. Fichtenholz, Rachunek różniczkowy i całkowy.
• W. Krysicki, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, cz. 2 (zbiór zadań).
• M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2 (podręcznik i zbiór zadań).
• T. M. Apostol, Mathematical Analysis.
• W. Rudin, Principles of Mathematical Analysis.
• K. Maurin, Analiza, cz. 1 (in Polish).
• P. Drábek, J. Milota, the title designated in the course materials.
• F. J. Olmsted, Advanced Calculus (Appleton-Century-Crofts, 1961), the source of the §1028 material.</td></tr>
<tr><td>Adresy eZasobów</td><td></td></tr>
<tr><td>Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania</td><td colspan="2">• Sformułuj i udowodnij twierdzenie o funkcji uwikłanej. Jak wygląda jego interpretacja geometryczna?
• Kiedy odwzorowanie C^1 jest lokalnie odwracalne? Podaj przykład odwzorowania lokalnie odwracalnego, które nie jest globalnie różnowartościowe.
• Wyjaśnij, dlaczego w punkcie ekstremum warunkowego gradient funkcji jest kombinacją gradientów więzów.
• Podaj kryterium Lebesgue’a całkowalności w sensie Riemanna i zastosuj je do wskazanej funkcji.
• Udowodnij twierdzenie Fubiniego dla funkcji schodkowych i opisz przejście do funkcji całkowalnych.
• Sformułuj twierdzenie o zamianie zmiennych i wyjaśnij rolę modułu jakobianu.
• Kiedy pole wektorowe jest potencjalne? Jaki jest związek z formami zamkniętymi i dokładnymi?
• Sformułuj twierdzenie Stokesa dla form różniczkowych i wyprowadź z niego twierdzenia Greena i Gaussa–Ostrogradskiego.</td></tr>
<tr><td>Zajęcia praktyczne w ramach przedmiotu</td><td colspan="2">Nie dotyczy</td></tr>
</table>

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.