

Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Wstęp do logiki i teorii mnogości, PG_00021021						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2026 r.		Rok akademicki realizacji przedmiotu		2026/2027		
Poziom kształcenia	I stopnia - licencjackie		Grupa zajęć		Grupa zajęć obowiązkowych z zakresu kierunku studiów Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne		Sposób realizacji		na uczelni		
Rok studiów	1		Język wykładowy		polski		
Semestr studiów	1		Liczba punktów ECTS		5.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki		Forma zaliczenia		egzamin		
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Układów Dynamicznych						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		dr Joanna Cyman				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu						
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	30.0	0.0	0.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		60.0	125
Cel przedmiotu	Wprowadzenie podstawowych pojęć podstaw matematyki niezbędnych w studiowaniu dalszych przedmiotów matematycznych.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K6_W02] dobrze rozumie rolę i znaczenie dowodu w matematyce, a także pojęcie istotności założeń	Student zna podstawowe rodzaje dowodów matematycznych i umiejętnie je stosuje. Potrafi przedstawić klasyczne dowody nie wprost np. dowód niewymierności danej liczby lub dowód Euklidesa na istnienie nieskończenie wielu liczb pierwszych.	[SW2] Ocena wiedzy zawartej w prezentacji [SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym
	[K6_U03] potrafi tworzyć nowe obiekty drogą konstruowania przestrzeni ilorazowych lub produktów kartezjańskich, posługuje się językiem teorii mnogości, interpretując zagadnienia z różnych obszarów matematyki, rozumie zagadnienia związane z różnymi rodzajami nieskończoności oraz porządków w zbiorach	Student zna pojęcie mocy zbioru i równoliczności zbiorów. Zna różne rodzaje nieskończoności. Potrafi udowodnić, że dany zbiór jest przeliczalny bądź wykazać, że jest on nieprzeliczalny. Zna również relacje częściowego i liniowego porządku w zbiorach i umiejętnie wykazuje, czy dany zbiór jest zbiorem uporządkowanym.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_U01] potrafi w sposób zrozumiały, w mowie i na piśmie, przedstawiać poprawne rozumowania matematyczne, formułować twierdzenia i definicje, posługuje się rachunkiem zdań i kwantyfikatorów; potrafi poprawnie używać kwantyfikatorów także w języku potocznym	Student potrafi poprawnie formułować twierdzenia i definicje. Potrafi udowadniać równoważność formuł zdaniowych. Zna i umiejętnie stosuje prawa rachunku kwantyfikatorów.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_U02] umie prowadzić łatwe i średnio trudne dowody metodą indukcji zupełnej; potrafi definiować funkcje i relacje rekurencyjne, umie stosować system logiki klasycznej do formalizacji teorii matematycznych	Student potrafi zastosować zasadę indukcji matematycznej oraz mocną zasadę indukcji matematycznej w zadaniach. Poprawnie definiuje zależności rekurencyjne i udowadnia ich poprawność.	[SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K6_W06] zna wybrane pojęcia i metody logiki matematycznej, teorii mnogości i matematyki dyskretniej zawarte w podstawach innych dyscyplin matematyki	Student zna i potrafi zastosować wybrane prawa rachunku zdań oraz teorii mnogości.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej [SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym
Treści przedmiotu	Treści przedmiotu - wykład Rachunek zdań. Funktory zdaniotwórcze. Prawa (tautologie) rachunku zdań. Kwadrat logiczny. Reguły wnioskowania. Metody dowodzenia twierdzeń. Analiza rozumowań. Zbiory. Zasada ekstensjonalności. Podzbiory. Działania na zbiorach. Iloczyn kartezjański zbiorów. Rachunek kwantyfikatorów. Uogólniona suma i uogólniony iloczyn rodziny zbiorów. Ciało zbiorów. Aksjomatyka teorii mnogości. Indukcja matematyczna i rekurencja. Liczby naturalne. Zasada minimum. Różne wersje twierdzenia o indukcji matematycznej. Przykłady rekurencji. Funkcje. Definicja funkcji i rodzaje funkcji. Własności funkcji. Operacje na funkcjach. Odwracalność funkcji. Obrazy i przeciwobrazy. Relacje. Pojęcie relacji. Działania na relacjach. Elementarne własności i typy relacji. Relacja równoważności. Zbiory częściowo uporządkowane. Zbiory dobrze uporządkowane. Relacja liniowo porządkująca. Moce zbiorów. Równoliczność zbiorów. Moce zbiorów i porównywanie mocy zbiorów. Twierdzenie Cantora-Bernsteina-Schrödera Zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne. Zbiory mocy continuum. Hipoteza continuum.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Wiadomości z zakresu matematyki na poziomie szkoły średniej.		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	Aktywność	30.0%	6.0%
	Egzamin pisemny	50.0%	40.0%
	Kolokwia w czasie semestru	50.0%	54.0%

Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	J. Topp "Wstęp do matematyki", Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej; Wydawnictwo Uniwersytetu Gdańskiego, Gdańsk 2015. W. Guzicki, P. Zakrzewski "Wykłady ze wstępu do matematyki"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2023. H. Rasiowa "Wstęp do matematyki współczesnej"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2013. R. Hammack "Book of proof", 2018 (po angielsku, dostępna online).
	Uzupełniająca lista lektur	W. Guzicki, P. Zakrzewski "Wstęp do matematyki. Zbiór zadań"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2015. J. Kraszewski "Wstęp do matematyki"; WNT, Warszawa, 2018. W. Marek, J. Onyszkiewicz "Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2024. K. Kuratowski "Wstęp do teorii mnogości i topologii"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2004. K. Ross, Ch. Wright "Matematyka dyskretna"; Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa, 2023. J. Cichoń "Wykłady ze Wstępu do Matematyki", Dolnośląskie Wydawnictwo Edukacyjne, 2019 (dostępna online).
	Adresy eZasobów	
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	1. Zdanie $(\neg p \vee q) \rightarrow r$ zapisać przy pomocy a) kreski Sheffera; b) binacji. Wypisać zastosowane prawa rachunku zdań. 2. Formułę zdaniową $((p \wedge q) \rightarrow \neg r) \rightarrow ((p \rightarrow \neg r) \rightarrow p)$ zapisać w postaci kanonicznej alternatywno-koniunkcyjnej. 3. Wyznaczyć zbiór potęgowy zbioru $A = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$. 4. Indukcyjnie udowodnić nierówność $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \quad \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{n+n} > \frac{1}{24}$. 5. Indukcyjnie wykazać, że dla liczby naturalnej $n \geq 72$ istnieją liczby naturalne x i y takie, że $n = 13x + 7y$. 6. Definiujemy rekurencyjnie ciąg (a_n) wzorami: $a_0 = a_1 = a_2 = 1$ oraz $a_n = a_{n-1} + a_{n-3}$ dla $n \geq 3$. Pokazać, że $a_n \geq 2a_{n-2}$ dla wszystkich $n \geq 3$ oraz udowodnić, że $a_n \geq (\sqrt{2})^{n-2}$ dla wszystkich $n \geq 2$. 7. Dana jest funkcja $f: A \times A \rightarrow A$, gdzie $f(x,y) = 5x+7y$ dla $x,y \in A$. Zbadać, czy f jest injekcją i czy jest ona surjekcją, a następnie znaleźć $f(\{1,2,3\} \times \{3,7\})$ oraz $f^{-1}(\{0,7\})$, gdy: (a) $A = \mathbb{N}$; (b) $A = \mathbb{Z}$. 8. Zakładamy, że dla liczb $a, b \in \mathbb{Z}$ mamy $a R b$ wtedy i tylko wtedy, gdy $7 \mid (3a + 4b)$. Wykazać, że R jest relacją równoważności w zbiorze $\mathbb{Z}$. Wyznaczyć klasy abstrakcji liczb 0 i 1. 9. Udowodnić, że zbiór $\mathbb{N} \setminus \{0,2,7\}$ jest równoliczny ze zbiorem $\mathbb{N}$. 10. Udowodnić, że odcinek otwarty $(-1; 1)$ jest równoliczny z odcinkiem $(-1; 1]$.	
Zajęcia praktyczne w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.