



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Fraktale, PG_00066266						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2026 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2026/2027		
Poziom kształcenia	II stopnia	Grupa zajęć			Grupa zajęć specjalnościowych Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	1	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	1	Liczba punktów ECTS			4.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			zaliczenie		
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Układów Dynamicznych						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot		prof. dr hab. Joanna Janczewska				
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu		prof. dr hab. Joanna Janczewska				
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	15.0	0.0	15.0	0.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		35.0	100
Cel przedmiotu	Celem wykładu jest wprowadzenie głównych idei i koncepcji geometrii fraktalnej.						
Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy		Efekt z przedmiotu		Sposób weryfikacji i oceny efektu		
	[K7_U07] na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosuje oraz przedstawia w mowie i na piśmie, treści i metody wybranej gałęzi matematyki		Student stosuje i przedstawia wybrane treści i metody geometrii fraktalnej.		[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu		
	[K7_U09] konstruuje modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zaawansowanych zastosowaniach matematyki, stosuje procesy stochastyczne jako narzędzie do modelowania zjawisk i analizy ich ewolucji, rozpoznaje struktury matematyczne w teoriach fizycznych		Student stosuje wybrane pojęcia i metody z układów dynamicznych w geometrii fraktalnej.		[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu		
	[K7_U03] posługuje się rachunkiem różniczkowym i całkowym, elementami analizy zespolonej, metodami algebraicznym, stosuje je w typowych zagadnieniach praktycznych		Student wykorzystuje wiedzę z analizy, topologii, algebry i geometrii w geometrii fraktalnej.		[SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi		
	[K7_W02] ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki teoretycznej lub stosowanej, wymienia klasyczne definicje, twierdzenia i ich dowody oraz powiązania z innymi dziedzinami, rozumie zagadnienia pozostające na etapie badań,		Student ma pogłębioną wiedzę z geometrii fraktalnej.		[SW3] Ocena wiedzy zawartej w opracowaniu tekstowym i projektowym		

Treści przedmiotu	Treści przedmiotu - wykład Twierdzenie Banacha o odwzorowaniach zwężających. Przykłady klasycznych fraktali. Jak zdefiniować fraktal? Do czego służą fraktale i dlaczego tak dużo ludzi na świecie zajmuje się tym tematem? Przestrzeń fraktali z metryką Hausdorffa. Układy iterowanych odwzorowań (IFS). Wymiary: fraktalny, Hausdorffa i topologiczny. Definicja fraktali wg Mandelbrota. Zbiory Julii. Zbiór Mandelbrota. Układy dynamiczne z czasem dyskretnym. Układy dynamiczne z czasem ciągłym. Definicja i własności odwzorowania Poincarego. Atraktory i repelery. Kaskada Feigenbauma. Podkowa Smale'a - geometryczny opis odwzorowania. Własności zbioru niezmienniczego podkowy Smale'a.		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Analiza matematyczna. Topologia. Równania różniczkowe zwyczajne.		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa oceny końcowej
	Kolokwium	50.0%	70.0%
	Projekt	50.0%	30.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	1. Jacek Kudrewicz, Fraktale i Chaos, Wydawnictwo Naukowe PWN SA, wydanie V, Warszawa, 2017. 2. Lawrence Perko, Differential Equations and Dynamical Systems, Springer, New York, 2001. 3. Andrzej Katunin, Fraktale. Matematyczne potwory, które odmieniły postrzeganie świata, Wydawnictwo PŚ, Gliwice, 2021.	
	Uzupełniająca lista lektur	1. J.D. Murray, Wprowadzenie do Biomatematyki, PWN, Warszawa, 2006. 2. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, Granice Chaosu. Fraktale, część 1, PWN, Warszawa, 2002. 3. H.-O. Peitgen, H. Jurgens, D. Saupe, Granice Chaosu. Fraktale, część 2, PWN, Warszawa, 2002.	
	Adresy eZasobów		
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	1. Czy dany podzbiór Z w R^n jest zwarty (spójny, nigdzie gęsty)? Odpowiedź uzasadnić. 2. Obliczyć odległość Hausdorffa między dwoma danymi zbiorami A i B w R^2 . 3. Obliczyć wymiary: fraktalny, Hausdorffa i topologiczny np.: zbioru Cantora, krzywej Kocha, trójkąta i dywanu Sierpińskiego. 4. Dane są odwzorowania w_1, w_2, \dots, w_k z R^n w R^n . Pokazać, że układ $\{R^n; w_1, w_2, \dots, w_k\}$ jest układem iterowanych odwzorowań zwężających. Wyznaczyć współczynnik zwężania tego układu. 5. Rozwiązać równanie różniczkowe liniowe pierwszego rzędu $x'=Ax$ w R^2 , gdzie A jest daną macierzą kwadratową 2×2 . 6. Podać geometryczny opis podkowy Smale'a. 7. Co to jest atraktor? Podać krótki opis atraktorów: Hénona, Rösslera i Lorenza.		
Zajęcia praktyczne w ramach przedmiotu	Nie dotyczy		

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.