



Karta przedmiotu

Nazwa i kod przedmiotu	Stochastyczne równania różniczkowe, PG_00069471						
Kierunek studiów	Matematyka						
Data rozpoczęcia studiów	październik 2025 r.	Rok akademicki realizacji przedmiotu			2026/2027		
Poziom kształcenia	II stopnia	Grupa zajęć			Grupa zajęć specjalnościowych Grupa zajęć powiązanych z prowadzonymi badaniami naukowymi w dziedzinie nauki związanej z kierunkiem - profil ogólnoakademicki		
Forma studiów	stacjonarne	Sposób realizacji			na uczelni		
Rok studiów	2	Język wykładowy			polski		
Semestr studiów	3	Liczba punktów ECTS			4.0		
Profil kształcenia	ogólnoakademicki	Forma zaliczenia			zaliczenie		
Jednostka prowadząca	Wydziały Politechniki Gdańskiej -> Wydział Fizyki Technicznej i Matematyki Stosowanej -> Instytut Matematyki Stosowanej -> Zakład Układów Dynamicznych						
Imię i nazwisko wykładowcy (wykładowców)	Odpowiedzialny za przedmiot	dr Klaudiusz Czudek					
	Prowadzący zajęcia z przedmiotu	dr Klaudiusz Czudek					
Formy zajęć	Forma zajęć	Wykład	Ćwiczenia	Laboratorium	Projekt	Seminarium	RAZEM
	Liczba godzin zajęć	30.0	0.0	0.0	0.0	30.0	60
	W tym liczba godzin zajęć na odległość: 0.0						
Aktywność studenta i liczba godzin pracy	Aktywność studenta	Udział w zajęciach dydaktycznych, objętych planem studiów		Udział w konsultacjach		Praca własna studenta	RAZEM
	Liczba godzin pracy studenta	60		5.0		35.0	100
Cel przedmiotu	Wprowadzenie do zaawansowanych metod analizy stochastycznej, a w szczególności teorii stochastycznych równań różniczkowych.						

Efekty uczenia się przedmiotu	Efekt kierunkowy	Efekt z przedmiotu	Sposób weryfikacji i oceny efektu
	[K7_W02] ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki teoretycznej lub stosowanej, wymienia klasyczne definicje, twierdzenia i ich dowody oraz powiązania z innymi dziedzinami, rozumie zagadnienia pozostające na etapie badań,	Student rozwiązuje liniowe równania stochastyczne, podaje twierdzenie o istnieniu i jednoznaczności rozwiązania równania stochastycznego.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
	[K7_U09] konstruuje modele matematyczne, wykorzystywane w konkretnych zaawansowanych zastosowaniach matematyki, stosuje procesy stochastyczne jako narzędzie do modelowania zjawisk i analizy ich ewolucji, rozpoznaje struktury matematyczne w teoriach fizycznych	Student potrafi zdefiniować proces dyfuzji i opisuje zastosowania równania Langevina.	[SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU4] Ocena umiejętności korzystania z metod i narzędzi
	[K7_W04] wykazuje się znajomością zasad modelowania stochastycznego w matematyce finansowej i aktuarialnej lub w naukach przyrodniczych	Student potrafi opisać model Blacka-Scholesa i stosować wzór Blacka-Scholesa.	[SW1] Ocena wiedzy faktograficznej
[K7_U06] stosuje rozkłady probabilistyczne i ich własności w zagadnieniach praktycznych, orientuje się w podstawach statystyki oraz w podstawach statystycznej obróbki danych	Student potrafi znaleźć współczynnik zmienności dla geometrycznego ruchu Browna metodą historyczną.	[SU1] Ocena realizacji zadania [SU2] Ocena umiejętności analizy informacji [SU3] Ocena umiejętności wykorzystania wiedzy uzyskanej w ramach przedmiotu [SU5] Ocena umiejętności zaprezentowania wyników realizacji zadania	
Treści przedmiotu	<p>Treści przedmiotu - wykład</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Wielowymiarowy ruch Browna.</li> <li>2. Całka i wzór Ito.</li> <li>3. Przykłady SRR.</li> <li>4. Nierówność Bellmana-Gronwalla i jej zastosowanie.</li> <li>5. Istnienie i jednoznaczność rozwiązań równania Ito.</li> <li>6. Własność Markowa.</li> <li>7. Oszacowania dla rozwiązań Procesy dyfuzji.</li> <li>8. Półgrupy i równania Kolmogorowa.</li> <li>9. Liniowe SRR</li> <li>10. Problem martyngałowy</li> <li>11. Przykłady zastosowań SRR.</li> </ol> <p>Treści przedmiotu - seminarium</p> <p>Przykłady martyngałów, podstawowe własności warunkowej wartości oczekiwanej, przykłady martyngałów lokalnych i ich własności, wahanie kwadratowe, całki stochastyczne i ich własności, stochastyczne równania różniczkowe, liniowe stochastyczne równania różniczkowe, wzór Dynkina, model Blacka Scholes'a.</p>		
Wymagania wstępne i dodatkowe	Zaliczenie z przedmiotów: procesy stochastyczne (MAT2007) i całka stochastyczna		
Sposoby i kryteria oceniania osiągniętych efektów uczenia się	Sposób oceniania (składowe)	Próg zaliczeniowy	Składowa ocena końcowej
	Kolokwium	51.0%	50.0%
	Egzamin	51.0%	50.0%
Zalecana lista lektur	Podstawowa lista lektur	<p>[1.] O. Kallenberg "Foundations of modern probability", Springer 2002</p> <p>[2.] F.C. Klebaner, <i>Introduction to Stochastic Calculus with Applications</i>, Imperial College Press, 2005.</p> <p>[3.] P. Protter, <i>Stochastic Integration and Differential Equations</i>, Springer, New York 2005.</p> <p>[4.] B. Oksendal, <i>Stochastic Differential Equations, An Introduction with Applications</i>, Springer-Verlag Heidelberg, New York 2000.</p>	

	Uzupełniająca lista lektur	<p>[1.] L. Brieman, <i>Probability</i>, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.</p> <p>[2.] P. Billingsley, <i>Prawdopodobieństwo i miara</i>, PWN, 1987.</p> <p>[3.] S. Łojasiewicz, <i>Wstęp do teorii funkcji rzeczywistych</i>, PWN, Warszawa 1976.</p> <p>[4.] H. Kuo, <i>Introduction to stochastic integration</i>, Springer 2006.</p> <p>[5.] N. Ikeda, S. Watanabe, <i>Stochastic differential equations and Diffusion processes</i>, North-Holland 1981.</p>
	Adresy eZasobów	
Przykładowe zagadnienia/ przykładowe pytania/ realizowane zadania	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Udowodnij, że ruch Browna jest martyngałem i posiada własność Markowa.</li> <li>• Przedstaw szkic konstrukcji całki Ito.</li> <li>• Udowodnij, że zachodzi izometria Ito.</li> <li>• Wykaż, że całka Ito jest liniowa.</li> <li>• Skorzystaj ze wzoru Ito.</li> <li>• Znajdź różniczkę stochastyczną.</li> <li>• Wyprowadź stochastyczną eksponentę i logarytm.</li> <li>• Rozwiąż ogólne liniowe SRR.</li> <li>• Omów problem martyngałowy.</li> </ul>	
Zajęcia praktyczne w ramach przedmiotu	Nie dotyczy	

Dokument wygenerowany elektronicznie. Nie wymaga pieczęci ani podpisu.